UNIVERIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS

MATERIA: ANÁLISIS NUMÉRICO

GUÍA DE EJERCICIOS

“PROBLEMAS DE VALOR INICIAL PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS CON EL MÉTODO DE RUNGE-KUTTA”

1. Usar el método de Runge-Kutta de orden 2 con paso $h = 0.1$ para aproximar $y(0.2)$.

$$y' = x + y^2, y(0).$$

$$Objetivo: y(0.2)$$

$Paso\ 0$: $x = 0.0, y = 0.000000$

- $k1 = f(x, y) = 0.00000$
- $k2 = f(x + h, y + h \cdot k1) = 0.10000$
- $y_1 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.005000$

$Paso\ 1$: $x = 0.1, y = 0.005000$

- $k1 = f(x, y) = 0.100025$
- $k2 = f(x + h, y + h \cdot k1) = 0.200225$
- $y_2 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.020013$

$$\approx y(0.2) \approx 0.020013$$

2. Aplicar el método de Runge-Kutta de orden 3 con paso $h = 0.2$ para estimar el valor de $y(0.4)$.

$$y' = \sqrt{1 + x^2}, y(0) = 1.$$

$$Objetivo: y(0.4)$$

$Paso$ 0: $x = 0.0, y = 1.000000$

- $K1 = 1.000000$
- $k2 = 1.004988$
- $k3 = 1.019804$
- $y_1 = y + \frac{h}{6}(k1 + 4k2 + k3) = 1.201325$

$Paso$ 1: $x = 0.2, y = 1.201325$

- $k1 = 1.019804$
- $k2 = 1.044031$
- $k3 = 1.077033$
- $y_2 = y + \frac{h}{6}(k1 + 4k2 + k3) = 1.410424$

$$\approx y(0.4) \approx 1.410424$$

3. Utilizar el método de Runge-Kutta de orden 2 con paso $h = 0.1$ para hallar una aproximación de $y(0.3)$.

$$y' = \ln(x + y + 2)\,, y(0).$$

$$Objetivo\text{: } y(0.3)$$

$Paso$ 0: $x = 0.0, y = 0.000000$

- $k1 = 0.693147$
- $k2 = 0.774411$
- $y_1 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.073378$

$Paso$ 1: $x = 0.1, y = 0.073378$

- $k1 = 0.776283$
- $k2 = 0.854843$
- $y_2 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.154934$

$Paso$ 2: $x = 0.2, y = 0.154934$

- $k1 = 0.856513$
- $k2 = 0.932395$
- $y_3 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.244380$

$$\approx y(0.3) \approx 0.244380$$

4. Con el método de Runge-Kutta de orden 4 y paso $h = 0.1$, estimar $y(0.3)$.

$$y' = y\tan(x)\,, y(0) = 1.$$

$$Objetivo: y(0.3)$$

$Paso$ 0: $x = 0.0, \$ \$ y = 1.000000$

- $k1 = 0.00000$
- $k2 = 0.050042$
- $k3 = 0.050167$
- $k4 = 0.100838$
- $y_1 = y + \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4) = 1.005021$

$Paso$ 1: $x = 0.1\$, \$ y = 1.005021$

- $k1 = 0.100838$
- $k2 = 0.152656$
- $k3 = 0.153048$
- $k4 = 0.206830$
- $y_2 = y + \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4) = 1.020339$

$Paso$ 2: $x = 0.2, y = 1.020339$

- $k1 = 0.206833$
- $k2 = 0.263176$
- $k3 = 0.263895$
- $k4 = 0.323791$
- $y_3 = y + \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4) = 1.046752$

$$\approx y(0.3) \approx 1.046752$$

5. Aplicar el método de Runge-Kutta de orden 2 con paso $h = 0.1$ para estimar $y(0.2)$.

$$y' = e^x - y, y(0) = 2.$$

$$Objetivo: y(0.2)$$

$Paso\ 0: x = 0.0\$, \$y = 2.000000$

- $k1 = -1.00000$
- $k2 = -0.794829$
- $y_1 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 1.910259$

$Paso\ 1: x = 0.1, y = 1.910259$

- $k1 = -0.805088$
- $k2 = -0.60834$
- $y_2 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 1.839587$

$$\approx y(0.2) \approx 1.839587$$

6. Utilizar el método de Runge-Kutta de orden 3 con $h = 0.1$ para aproximar el valor de $y(0.3)$.

$$y' = \frac{x}{y+1}, y(0) = 1.$$

$$Objetivo\text{: } y(0.3)$$

$Paso$ 0: $x = 0.0, y = 1.000000$

- $k1 = 0.000000$
- $k2 = 0.047619$
- $k3 = 0.094544$
- $y_1 = y + \frac{h}{6}(k1 + 4k2 + k3) = 1.004762$

$Paso$ 1: $x = 0.1, y = 1.004762$

- $k1 = 0.099526$
- $k2 = 0.142879$
- $k3 = 0.187852$
- $y_2 = y + \frac{h}{6}(k1 + 4k2 + k3) = 1.013287$

$Paso$ 2: $x = 0.2, y = 1.013287$

- $k1 = 0.098694$
- $k2 = 0.187914$
- $k3 = 0.274439$
- $y_3 = y + \frac{h}{6}(k1 + 4k2 + k3) = 1.022373$

$$\approx y(0.3) \approx 1.022373$$

7. Con el método de Runge-Kutta de orden 4 y paso $h = 0.1$, estimar $y(0.3)$.

$$y' = \sin(x^2 + y)\,, y(0) = 0.$$

$$Objetivo: y(0.3)$$

$Paso$ 0: $x = 0.0, y = 0.00000$

- $k1 = 0.000000$
- $k2 = 0.004999$
- $k3 = 0.004999$
- $k4 = 0.009997$
- $y_1 = y + \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4) = 0.000166$

$Paso$ 1: $x = 0.1, y = 0.000166$

- $k1 = 0.009999$
- $k2 = 0.014999$
- $k3 = 0.014999$
- $k4 = 0.019993$
- $y_2 = y + \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4) = 0.003333$

$Paso$ 2: $x = 0.2, y = 0.003333$

- $k1 = 0.019992$
- $k2 = 0.024988$
- $k3 = 0.024991$
- $k4 = 0.029976$

- $y_3 = y + \frac{h}{6}(k1 + 2k2 + 2k3 + k4) = 0.009711$

$$\approx y(0.3) \approx 0.009711$$

8. Aproximar $y(0.3)$ usando el método de Runge-Kutta de orden 2 con paso $h = 0.1$.

$$y' = \frac{1}{x+y+1}, y(0) = 0.$$

$$Objetivo:\ y(0.3)$$

$Paso$ 0: $x = 0.0, y = 0.000000$

- $k1 = 1.000000$
- $k2 = 0.909091$
- $y_1 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.095455$

$Paso$ 1: $x = 0.1, y = 0.095455$

- $k1 = 0.866172$
- $k2 = 0.793538$
- $y_2 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.176427$

$Paso$ 2: $x = 0.2, y = 0.271882$

- $k1 = 0.733076$
- $k2 = 0.674235$
- $y_3 = y + \frac{h}{2}(k1 + k2) = 0.238875$

$$\approx y(0.3) \approx 0.238875$$